

Hong Kong Mathematics Olympiad (2006 – 2007)

Final Event 1 (Individual)

香港數學競賽 (2006 – 2007)

決賽項目 1 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

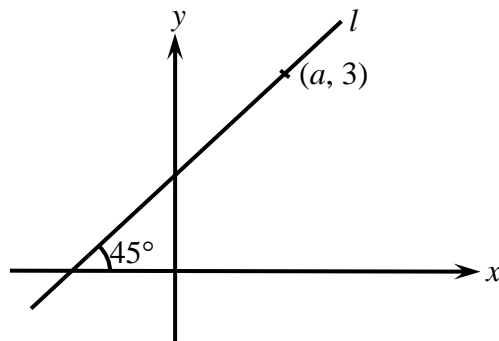
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 設  $\sqrt{a} = \sqrt{7+\sqrt{13}} - \sqrt{7-\sqrt{13}}$ ，求  $a$  的值。

Let  $\sqrt{a} = \sqrt{7+\sqrt{13}} - \sqrt{7-\sqrt{13}}$ , find the value of  $a$ .

2. 如圖一，直線  $l$  經過點  $(a, 3)$  並與  $x$ -軸成  $45^\circ$  夾角。若  $l$  的方程是  $x + my + n = 0$  及  $b = |1 + m + n|$ ，求  $b$  的值。

In Figure 1, the straight line  $l$  passes through the point  $(a, 3)$  and makes an angle  $45^\circ$  with the  $x$ -axis. If the equation of  $l$  is  $x + my + n = 0$  and  $b = |1 + m + n|$ , find the value of  $b$ .



圖一

Figure 1

3. 若  $x - b$  為  $x^3 - 6x^2 + 11x + c$  的因式，求  $c$  的值。

If  $x - b$  is a factor of  $x^3 - 6x^2 + 11x + c$ , find the value of  $c$ .

4. 若  $\cos x + \sin x = -\frac{c}{5}$  及  $d = \tan x + \cot x$  , 求  $d$  的值。

If  $\cos x + \sin x = -\frac{c}{5}$  and  $d = \tan x + \cot x$  , find the value of  $d$  .



Hong Kong Mathematics Olympiad (2006 – 2007)

Final Event 2 (Individual)

香港數學競賽 (2006 – 2007)

決賽項目 2 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

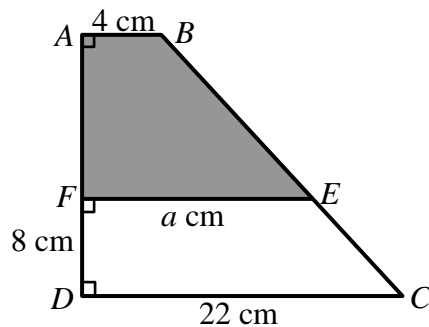
Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 設  $n = 1 + 3 + 5 + \cdots + 31$  及  $m = 2 + 4 + 6 + \cdots + 32$ 。若  $a = m - n$ ，求  $a$  的值。

Let  $n = 1 + 3 + 5 + \cdots + 31$  and  $m = 2 + 4 + 6 + \cdots + 32$ . If  $a = m - n$ , find the value of  $a$ .

2. 如圖一， $ABCD$  是一梯形， $AB = 4\text{cm}$ 、 $EF = a\text{cm}$ 、 $CD = 22\text{cm}$  及  $FD = 8\text{cm}$ 。若  $ABEF$  的面積是  $b\text{cm}^2$ ，求  $b$  的值。

In Figure 1,  $ABCD$  is a trapezium,  $AB = 4\text{cm}$ ,  $EF = a\text{cm}$ ,  $CD = 22\text{cm}$  and  $FD = 8\text{cm}$ . If the area of  $ABEF$  is  $b\text{cm}^2$ , find the value of  $b$ .

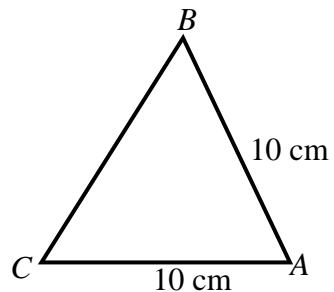


圖一

Figure 1

3. 如圖二， $\triangle ABC$  是一個三角形， $AB = AC = 10$  cm 及  $\angle ABC = b^\circ - 100^\circ$ 。若  $\triangle ABC$  有  $c$  條對稱軸，求  $c$  的值。

In Figure 2,  $\triangle ABC$  is a triangle,  $AB = AC = 10$  cm and  $\angle ABC = b^\circ - 100^\circ$ . If  $\triangle ABC$  has  $c$  axis of symmetry, find the value of  $c$ .



圖二  
Figure 2

4. 設  $d$  為方程  $cx^{\frac{2}{3}} - 8x^{\frac{1}{3}} + 4 = 0$  的最小實根，求  $d$  的值。

Let  $d$  be the least real root of the equation  $cx^{\frac{2}{3}} - 8x^{\frac{1}{3}} + 4 = 0$ , find the value of  $d$ .

Hong Kong Mathematics Olympiad (2006 – 2007)

Final Event 3 (Individual)

香港數學競賽 (2006 – 2007)

決賽項目 3 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 設  $a = \cos^4 \theta - \sin^4 \theta - 2\cos^2 \theta$ ，求  $a$  的值。

Suppose that  $a = \cos^4 \theta - \sin^4 \theta - 2\cos^2 \theta$ , find the value of  $a$ .

2. 若  $x^y = 3$  及  $b = x^{3y} + 10a$ ，求  $b$  的值。

If  $x^y = 3$  and  $b = x^{3y} + 10a$ , find the value of  $b$ .

3. 若有  $c$  個正整數  $n$  使得  $\frac{n+b}{n-7}$  也是正整數，求  $c$  的值。

If there is(are)  $c$  positive integer(s)  $n$  such that  $\frac{n+b}{n-7}$  is also a positive integer, find the value of  $c$ .

4. 設  $d = \log_4 2 + \log_4 4 + \log_4 8 + \cdots + \log_4 2^c$ ，求  $d$  的值。

Suppose that  $d = \log_4 2 + \log_4 4 + \log_4 8 + \cdots + \log_4 2^c$ , find the value of  $d$ .

Hong Kong Mathematics Olympiad (2006 – 2007)

Final Event 4 (Individual)

香港數學競賽 (2006 – 2007)

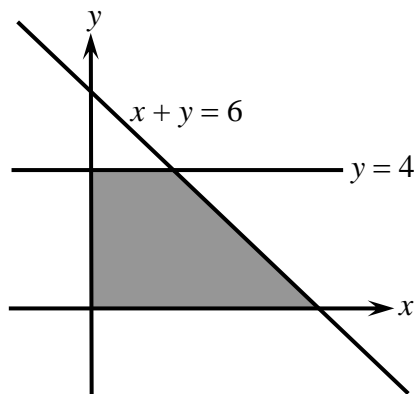
決賽項目 4 (個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 如圖一，設直線  $x + y = 6$ 、 $y = 4$ 、 $x = 0$  及  $y = 0$  所圍成的封閉區域的面積是  $A$  平方單位，求  $A$  的值。

In Figure 1, let the area of the closed region bounded by the straight lines  $x + y = 6$ ,  $y = 4$ ,  $x = 0$  and  $y = 0$  be  $A$  square units, find the value of  $A$ .



圖一

Figure 1

2. 設  $[x]$  表示不大於  $x$  的最大整數，例如  $[2.5] = 2$ 。若  $b$  滿足方程組 
$$\begin{cases} Ax^2 - 4 = 0 \\ 3 + 2(x + [x]) = 0 \end{cases},$$
 求  $b$  的值。

Let  $[x]$  be the largest integer that is not greater than  $x$ , for example,  $[2.5] = 2$ . If  $b$  satisfies the

system of equations 
$$\begin{cases} Ax^2 - 4 = 0 \\ 3 + 2(x + [x]) = 0 \end{cases},$$
 find the value of  $b$ .

3. 設  $c$  為  $\left(2x + \frac{b}{\sqrt{x}}\right)^3$  展開式中的常數項，求  $c$  的值。

Let  $c$  be the constant term in the expansion of  $\left(2x + \frac{b}{\sqrt{x}}\right)^3$ , find the value of  $c$ .

4. 若滿足不等式  $\left|\frac{x}{2} - \sqrt{2}\right| < c$  的整數解有  $d$  個，求  $d$  的值。

If the number of integral solutions of the inequality  $\left|\frac{x}{2} - \sqrt{2}\right| < c$  is  $d$ , find the value of  $d$ .